Econometría II

ARMAX

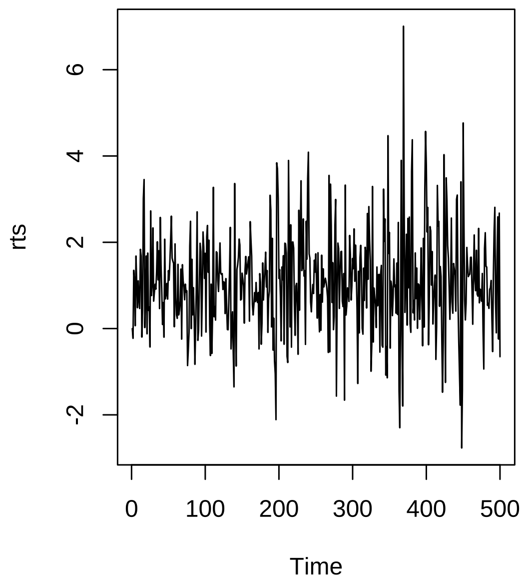
Carlos A. Yanes Guerra

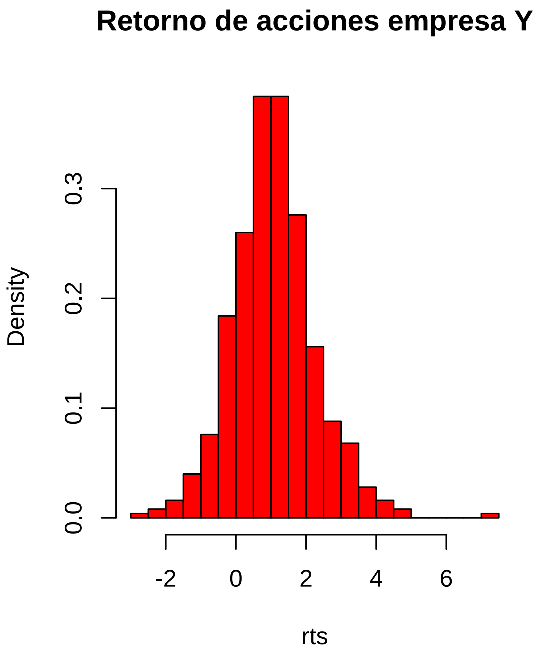
2023-II

Preguntas de las sesiones anteriores?

Modelo ARCH

Por sus siglas hace referencia a Autoregressive conditional heteroskedasticity, modelos que involucran en una *estimación* comportamientos *volátiles* y que merecen ser tenidos en cuenta. La naturaleza de este tipo de series se encuentran en las financieras y las macroeconómicas.





Modelo ARCH

Los modelos ARCH van en la medida al análisis de los retornos financieros que tienen las acciones o bonos públicos y privados.

A tener en cuenta

☕ Heterocedasticidad Ahora no es solo un problema de corte transversal. Tambien hay que mirarlo acá en series de tiempo.

☕ Para que mis residuos sean homocedasticos:

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

☕ En este caso puede existir cierta autocorrelación en la varianza de la serie.

☕ La volatilidad puede ser capturada como:

$$\begin{aligned} Y_t =& \beta_0 + \beta_1 X_t + \epsilon_t \\ \sigma_t^2 =& Var(\epsilon_t | \epsilon_{t-\rho}) \\ \sigma_t^2 =& E(Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t) \end{aligned}$$

Modelo ARCH

La idea:

- Modelar σ_t^2 ya sea como un proceso AR o MA.
- Recuerde que la volatilidad puede no ser constante. Ej: Periodos de **alta** volatilidad como de baja.
- La volatilidad no es directamente observable. (Su naturaleza es latente).
- Los efectos de nueva información: Una **alta** volatilidad es observada antes de que se hagan anuncios.

Hasta aquí.... esto de univariados

Modelos ARMAX

- A pesar de haber sido desarrollados hace tiempo, siguen siendo útiles.
- Igualmente presentan limitaciones hacia acciones de largo plazo y necesitan los datos ser actualizados.
- Elaborar pronósticos con la metodología ARIMAX también es un "Arte".
- No se puede decir que el mejor modelo que se establece, es o ha sido el mejor.
- Las variables económicas son procesos aleatorios y por ello tienen una distribución de probabilidad generalmente desconocida a la que también se le llama el proceso generador de datos (PGD) de la variable.

Modelos ARMAX

> Teniendo como referencia los modelos univariados, podemos entonces involucrar de manera exogena, la participación de un componente exogeno que acompaña nuestro modelo

Nuestro modelo ahora se transfigura a:

$$y_t = c + v(\beta)x_t + e_t$$

Dicho de otra manera:

$$y_t = C_0 + \sum_{i=1}^{p} \phi_i y_{t-1} + \sum_{k=1}^{r} \beta_k x_t + \sum_{j=1}^{q} \theta_i e_{t-1} + e_t$$

La parte de x, es exogena e incluso se vincula como variable en función de (t), es decir en el presente.

Modelos ARMAX

Los modelos de tipo ARMAX son usados en agricultura, energia, por ejemplo el siguiente paper de Rabbi, et.al (2020) nos muestra algo de ello.

Un modelo ARMAX suele ser representado como:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \cdots + \alpha_\rho Y_{t-\rho} + \beta_1 X_t + \epsilon_t$$

X_t es la variable exogena o explicativa y el error del modelo debe tener la estimación:

$$\epsilon_t = \rho \epsilon_{t-1} + \theta_1 V_{t-1} + V_t$$

Que vendría a ser un proceso ARMA para el residuo del modelo original.

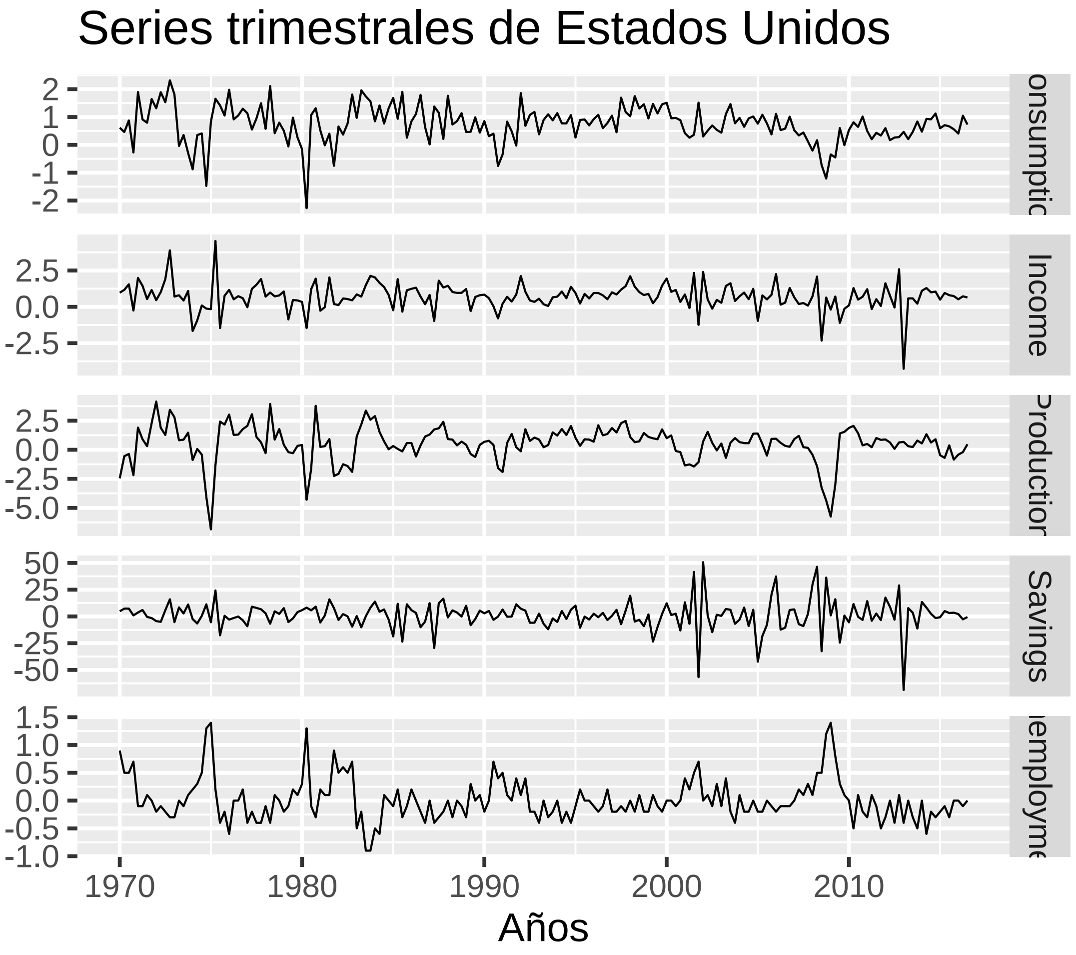
Modelos ARMAX

Un modelo autoregresivo (AR) y de media móvil (MA) puede contener variables exógenas, siempre y cuando el proceso (Y_t) sea una solución estacionaria de ecuaciones en diferencia de tal forma que:

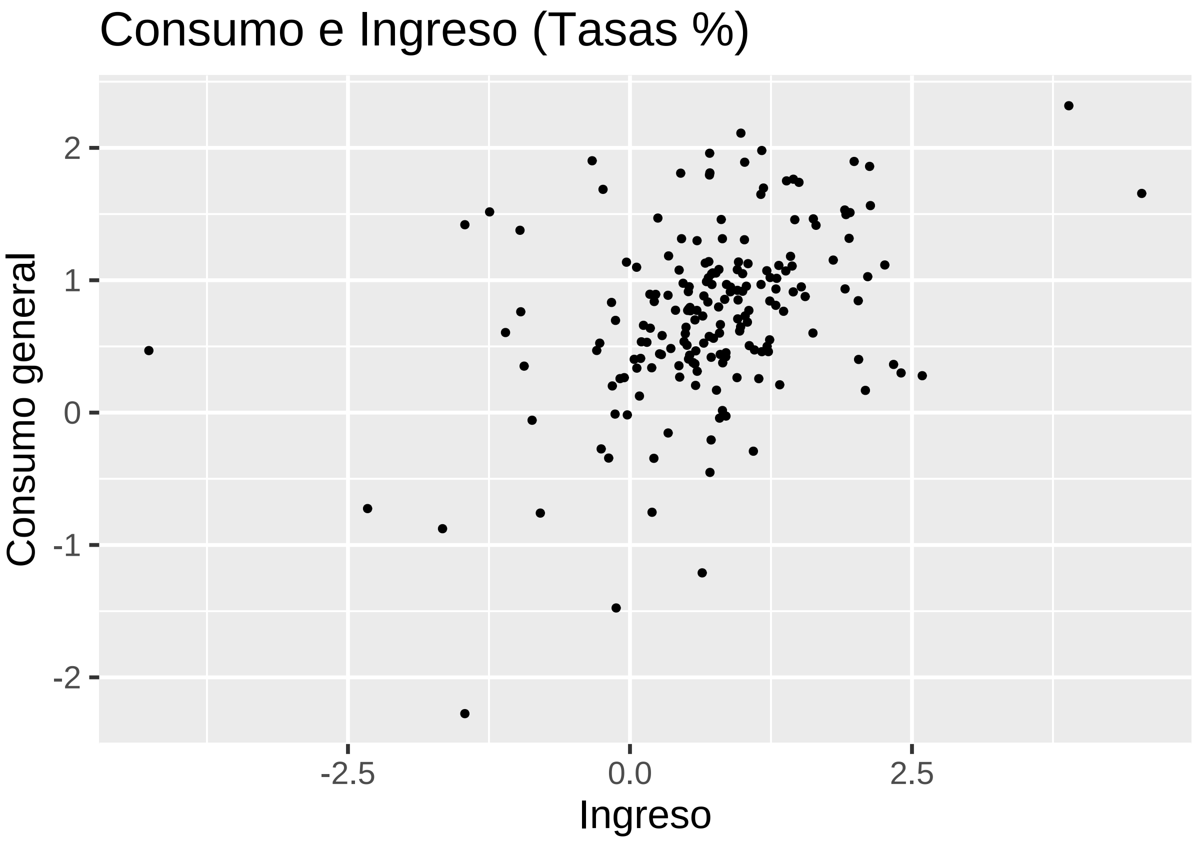
$$Y_t - \alpha_1 Y_{t-1} - \cdots - \alpha_\rho Y_{t-\rho} = Z_t + \Theta_1 Z_{t-1} + \cdots + \Theta_q Z_{t-q}$$

Donde tanto α y Θ son parámetros de las variables y Z_t es una variable exógena que se distribuye R.B $\sim (0, \sigma^2)$

Ejemplo:



Series trimestrales de Estados Unidos
2
1
0
-1
-2
onsumptio
2.5
0.0
-2.5
Income
2.5
0.0
-2.5
-5.0
Productior
50
25
0
-25
-50
Savings
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
iemployme
1970
1980
1990
2000
2010
Años


Consumo e Ingreso (Tasas %)
Consumo general
2
1
0
-1
-2
-2.5
0.0
2.5
Ingreso

Ejemplo

Condiciones de estimación

☕ Estacionariedad, mas que nada replicamos todo el proceso que ya se ha venido desarrollando.

☕ La serie (x), tambien debe ser en lo posible estacionaria. Ya que si no lo es, puede afectar a los errores del modelo y generar algo espurio.

☕ Los residuos finalmente deben ser ruido blanco

Ejemplo

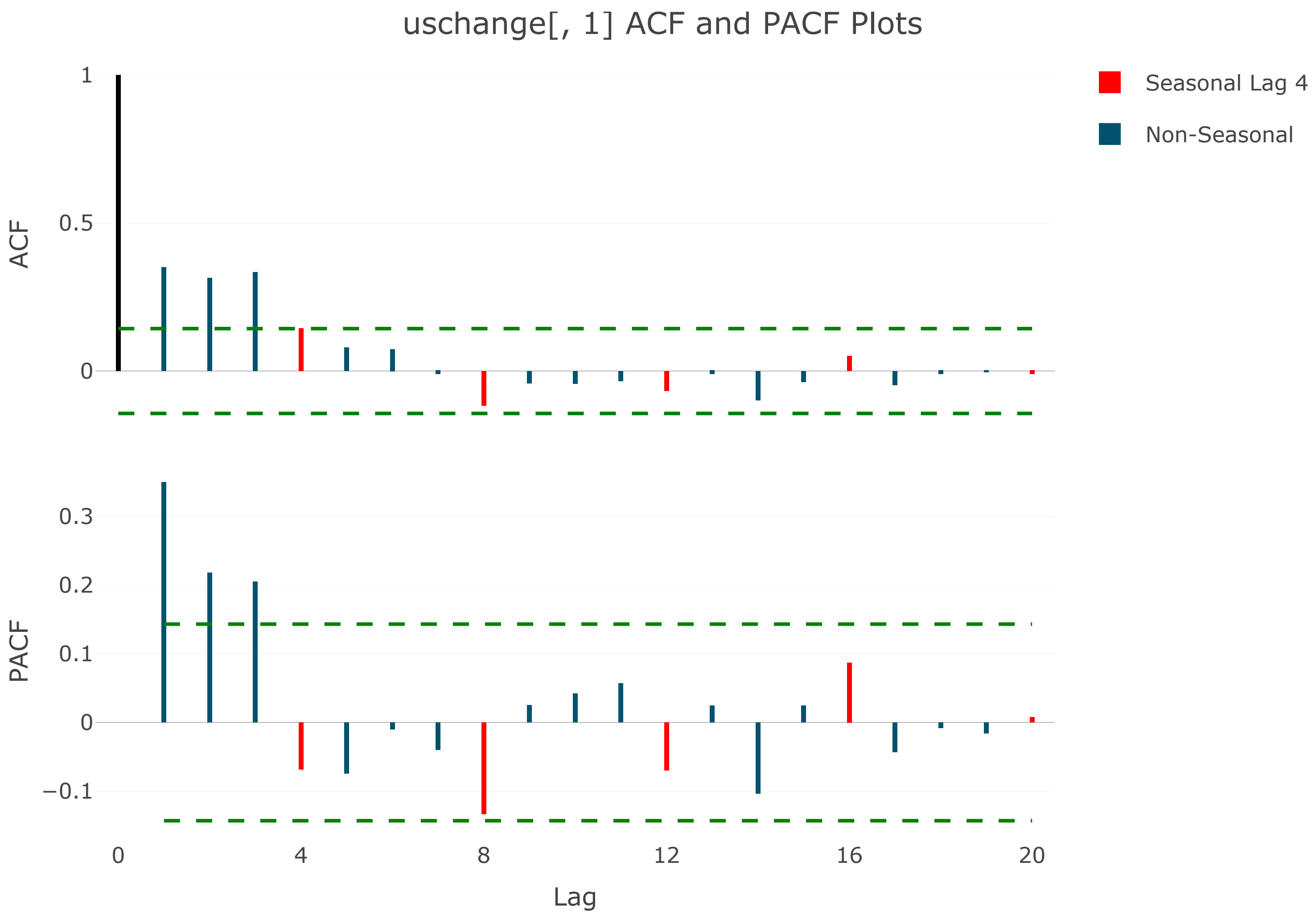
```
#>
#> #######################
#> # KPSS Unit Root Test #
#> #######################
#>
#> Test is of type: tau with 4 lags.
#>
#> Value of test-statistic is: 0.0887
#>
#> Critical value for a significance level of:
#>                 10pct  5pct 2.5pct  1pct
#> critical values 0.119 0.146  0.176 0.216
```

➡ Serie Consumo

```
#>
#> #######################
#> # KPSS Unit Root Test #
#> #######################
#>
#> Test is of type: tau with 4 lags.
#>
#> Value of test-statistic is: 0.0601
#>
#> Critical value for a significance level of:
#>                 10pct  5pct 2.5pct  1pct
#> critical values 0.119 0.146  0.176 0.216
```

➡ Serie Ingreso

Ejemplo


uschange[, 1] ACF and PACF Plots
ACF
PACF
1
0.5
0
0.3
0.2
0.1
0
−0.1
0
4
8
12
16
20
Lag
Seasonal Lag 4
Non-Seasonal

Ejemplo

```r
ax <- Arima(uschange[,1], c(1, 0, 2),
                xreg = uschange[,2])
summary(ax)
```

```
#> Series: uschange[, 1]
#> Regression with ARIMA(1,0,2) errors
#>
#> Coefficients:
#>          ar1      ma1     ma2  intercept    xreg
#>       0.6922  -0.5758  0.1984     0.5990  0.2028
#> s.e.  0.1159   0.1301  0.0756     0.0884  0.0461
#>
#> sigma^2 = 0.3219:  log likelihood = -156.95
#> AIC=325.91   AICc=326.37   BIC=345.29
#>
#> Training set error measures:
#>                        ME      RMSE       MAE     MPE     MAPE      MASE
#> Training set 0.001714366 0.5597088 0.4209056 27.4477 161.8417 0.6594731
#>                     ACF1
#> Training set 0.006299231
```

Qué pasa si lo quiero con mas (X's)

Ejemplo

Toca algo como:

```
conjunto <- ts.intersect(uschange[,2],
                         uschange[,3],
                         uschange[,4])
```

Luego solo en la parte donde va `xreg= conjunto`. Recuerde que todas las variables deben ser estacionarias. A modo de ejemplo vamos a mirar todas las variables, pero no van a ser correctamente especificado.

Por otro lado se comporta como un modelo de regresión y haremos uso del paquete `library(lmtest)`.

Ejemplo

```r
axc <- Arima(uschange[,1], c(1, 0, 2), xreg = conjunto)
summary(axc)
```

```
#> Series: uschange[, 1]
#> Regression with ARIMA(1,0,2) errors
#>
#> Coefficients:
#>           ar1     ma1     ma2  intercept  uschange[, 2]  uschange[, 3]
#>       -0.3591  0.2691  0.1051     0.2361         0.7313         0.0823
#> s.e.   0.3552  0.3459  0.1013     0.0348         0.0427         0.0171
#>       uschange[, 4]
#>             -0.0460
#> s.e.         0.0028
#>
#> sigma^2 = 0.1084:  log likelihood = -54.04
#> AIC=124.08   AICc=124.88   BIC=149.92
#>
#> Training set error measures:
#>                         ME      RMSE       MAE      MPE    MAPE      MASE
#> Training set 0.0001104599 0.323003 0.2343151 14.62825 82.0396 0.3671239
#>                      ACF1
#> Training set -0.003148503
```

Ejemplo

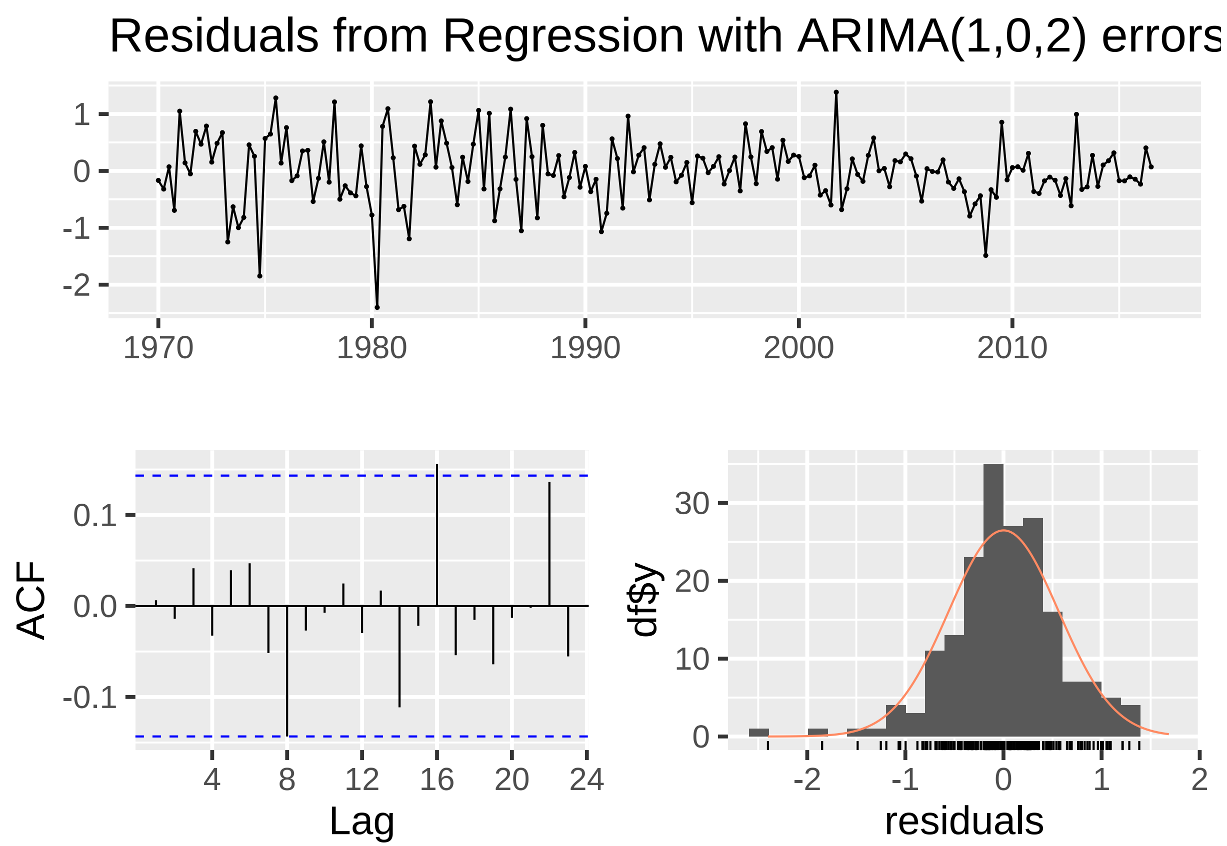
```r
library(lmtest)
coeftest(ax)
```

```
#>
#> z test of coefficients:
#>
#>            Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
#> ar1        0.692229   0.115905  5.9724 2.338e-09 ***
#> ma1       -0.575809   0.130063 -4.4272 9.549e-06 ***
#> ma2        0.198361   0.075585  2.6243  0.008682 **
#> intercept  0.599040   0.088398  6.7767 1.230e-11 ***
#> xreg       0.202819   0.046075  4.4019 1.073e-05 ***
#> ---
#> Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
coeftest(axc)
```

```
#>
#> z test of coefficients:
#>
#>                 Estimate Std. Error  z value  Pr(>|z|)
#> ar1           -0.3591467  0.3551614  -1.0112    0.3119
#> ma1            0.2691179  0.3459332   0.7779    0.4366
#> ma2            0.1050597  0.1012945   1.0372    0.2997
#> intercept      0.2360594  0.0348330   6.7769 1.228e-11 ***
#> uschange[, 2]  0.7312921  0.0427249  17.1163 < 2.2e-16 ***
#> uschange[, 3]  0.0822889  0.0170837   4.8168 1.459e-06 ***
#> uschange[, 4] -0.0459726  0.0028476 -16.1441 < 2.2e-16 ***
#> ---
#> Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Ejemplo




```
#>
#>     Ljung-Box test
#>
#> data:  Residuals from Regression with ARIMA(1,0,2) errors
#> Q* = 5.8916, df = 5, p-value = 0.3169
```

Ejemplo

```
#>
#>     Ljung-Box test
#>
#> data:  Residuals from Regression with ARIMA(1,0,2) errors
#> Q* = 5.8916, df = 5, p-value = 0.3169
#>
#> Model df: 3.   Total lags used: 8
```

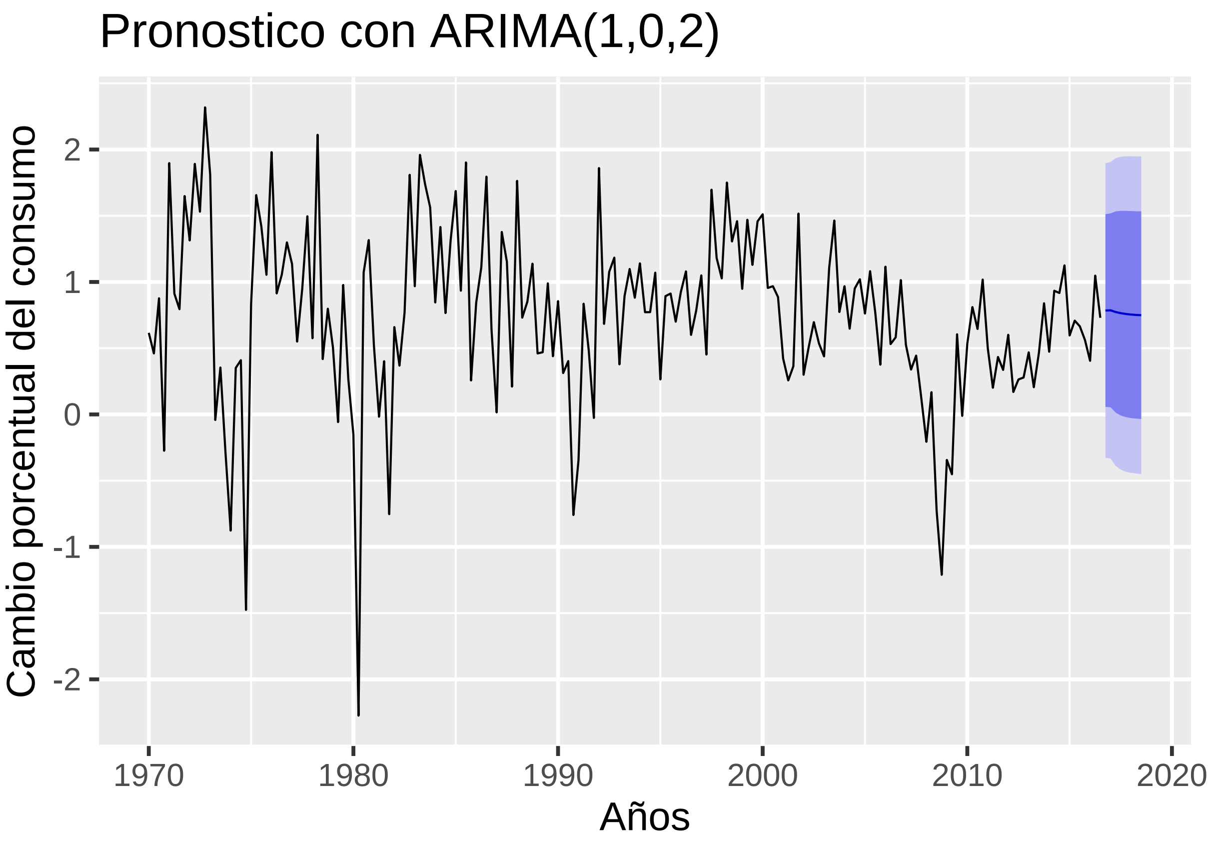
Ejemplo

Pronostico Modelo Real

```
fcast <- forecast(ax,
xreg=rep(mean(uschange[,2]),8), h=8)
fcast
```

```
#>         Point Forecast        Lo 80    Hi 80      Lo 95    Hi 95
#> 2016 Q4      0.7844455  0.057363562 1.511527 -0.3275304 1.896421
#> 2017 Q1      0.7860095  0.054016921 1.518002 -0.3334766 1.905496
#> 2017 Q2      0.7732613  0.013689680 1.532833 -0.3884033 1.934926
#> 2017 Q3      0.7644367 -0.008001435 1.536875 -0.4169055 1.945779
#> 2017 Q4      0.7583280 -0.020200117 1.536856 -0.4323280 1.948984
#> 2018 Q1      0.7540994 -0.027330110 1.535529 -0.4409939 1.949193
#> 2018 Q2      0.7511722 -0.031643749 1.533988 -0.4460415 1.948386
#> 2018 Q3      0.7491459 -0.034333517 1.532625 -0.4490825 1.947374
```

Ejemplo



Pronostico con ARIMA(1,0,2)
Cambio porcentual del consumo
2
1
0
-1
-2
1970
1980
1990
2000
2010
2020
Años

Gracias por su atención

Bibliografía

Rabbi, F., Tareq, S.U., Islam, M.M., Chowdhury, M.A., & Abul Kashem, M. (2020). *A Multivariate Time Series Approach for Forecasting of Electricity Demand in Bangladesh Using ARIMAX Model*. 2020 2nd International Conference on Sustainable Technologies for Industry 4.0 (STI), 1-5.

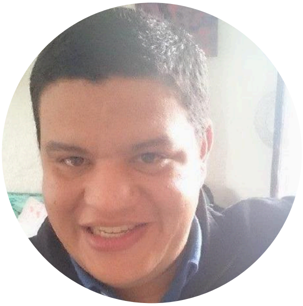
Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: principles and practice*, 3rd edition, OTexts: Melbourne, Australia.

Shumway, R., & Stoffer, D. (2019). *Time series: a data analysis approach using R*. CRC Press.

¡Gracias!

Modelos ARMAX

Seguimos aprendiendo



Syllabus/ Curso

@keynes37

cayanes@uninorte.edu.co